

Vakuum gemessen und erst dann veröffentlicht werden.

In Tab. 3 sind die spezifischen Widerstände in Abhängigkeit von der Schichtdicke dargestellt:

Dicke D in $m\mu$	spezifischer Widerstand $\varrho \cdot 10^4$	
	Brückenmethode	Abgriffsmethode
700	0,0284	0,0172
381	—	0,0165
394	—	0,0159
359	—	0,0148
268	—	0,0179
139	—	0,0198
110	—	0,0203
94	—	0,0230
65	—	0,0217

Tab. 3. Spezifischer Widerstand in Abhängigkeit von der Schichtdicke.

Die Werte des spezifischen Widerstandes für Silber stimmen nahezu mit dem am massiven Metall gemessenen überein. Gerechnet wurde mit der normalen Dichte des Metalls. Sollte eine Dichteänderung gegenüber dem massiven Metall vorliegen, so kann sie nur sehr minimal sein. Eine Zunahme des spezifischen Widerstands mit Abnahme der Schichtdicken dürfte durch einen allmählichen Übergang in eine andere Modifikation des Metalls begründet sein (Übergang in die amorphe Form).

Hrn. Prof. Försterling möchte ich für die Anregung zur vorliegenden Arbeit und seine Unterstützung meinen Dank aussprechen. Ebenfalls danke ich dem Assistenten des Instituts für theoretische Physik, Hrn. Dr. Krautkrämer, sowie dem Mechaniker, Hrn. Braune, für den schnellen Zusammenbau der Apparaturen.

Die Abhängigkeit der Reichweite der Elektronen von ihrer Energie

Von RICHARD GLOCKER

Aus dem Röntgeninstitut der Technischen Hochschule Stuttgart

(Z. Naturforschg. 3a, 147—151 [1948]; eingegangen am 20. Februar 1948)

Angabe einer Näherungsformel, nach Art der Flammersfeldschen Formel, für praktische und wahre Reichweiten im Energiebereich von 15 keV bis nahezu 100 MeV. Nachweis, daß der Exponent im Whiddingtonschen Gesetz kleiner als 2 ist. Angabe einer Näherungsformel für die spezifische Ionisation der Luft von 4 bis 200 keV. Erklärung der geringen Unterschiede zwischen wahrer, praktischer und maximaler Reichweite.

Von Flammersfeld¹ wurde kürzlich für Elektronen von 0 bis 3 MeV eine einfache Beziehung zwischen maximaler Reichweite R_{\max} , gemessen in g/cm^2 , und Energie E , gemessen in keV, angegeben:

$$E = 1920 \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 R_{\max}}. \quad (1)$$

Die maximale Reichweite, auf deren Definition noch eingegangen wird, eignet sich besonders für Messungen an den kontinuierlichen β -Spektren der radioaktiven Isotopen. Für andere Aufgaben der Physik, z. B. für die chemischen und biologischen Wirkungen von Röntgen- und γ -Strahlen, sind die an Folien ermittelten praktischen Reichweiten von unmittelbarer Bedeutung, so daß die

Frage naheliegt, ob sich auch für diese eine solche umfassende Beziehung aufstellen läßt.

An Folien verschiedener Dicke wird die Zahl der durchtretenden Elektronen, z. B. durch die Aufladung eines Faraday-Käfiges, gemessen (Schonland²) und in Abhängigkeit von der Foliendicke aufgetragen. Der Schnitt der Verlängerung des geradlinigen Teiles der Kurve mit der Abszissenachse liefert die praktische Reichweite R_p in Abb. 1. Bei den Messungen von Varder³ bei höheren Energien wurde eine Ionisationskammer benützt. Außer der Zahl der Elektronen geht dann auch noch die Energie, welche ein Elektron beim Austritt aus der Folie hat, in die Messung ein. Die Kurven von leichten Stoffen zeigen einen

² B. F. I. Schonland, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A **104**, 235 [1923]; **108**, 187 [1925].

³ R. W. Varder, Philos. Mag. J. Sci. **29**, 725 [1915].

¹ A. Flammersfeld, Z. Naturforschg. **2a**, 370 [1947].



ähnlichen Verlauf wie in Abb. 1, mit einem ausgeprägten linearen Teil. Bei hochatomigen Stoffen ergeben sich dagegen durchhängende Kurven von Exponentialform. Für mittlere Energien liegt eine Meßreihe von Gentner⁴ vor.

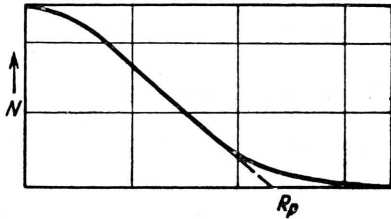


Abb. 1. Ermittlung der praktischen Reichweite R_p an Aluminium für Elektronen von 90 keV nach Schönland.

Die an Folien gemessenen Werte der praktischen Reichweite sind, unter Beschränkung auf niederatomige Stoffe bis einschließlich Aluminium, in einem logarithmischen Raster als Funktion der Elektronenenergie in Abb. 2 als Kreuze eingezeichnet. Die ausgezogene gezeichnete Kurve, welche sich durch leichte Abänderung der Konstanten der Flammersfeldschen Formel zu

$$E = 2100 \sqrt{R_p^2 + 0,13 R_p} \quad (2)$$

(Energie E in keV, Reichweite R in g/cm²) ergibt, ist in dem Energieintervall von 10 keV bis 3 MeV (obere Grenze der vorliegenden Messungen) eine gut brauchbare Näherung. Am besten ist die Übereinstimmung bei hohen Energien; im mittleren Bereich liefert die Kurve etwas zu große, im unteren etwas zu kleine Werte der Reichweiten. Der Fehler in E überschreitet nirgends $\pm 10\%$.

Zum Vergleich sind auch die wahren Reichweiten als Kreisringe eingetragen. Sie wurden teils direkt als Länge des von einem Elektron zu-

rückgelegten Weges auf Wilson-Aufnahmen ermittelt (Alper⁵, v. Droste⁶, Nuttall und Williams⁷, Williams⁸, Wilson⁹), teils indirekt aus der Messung der spezifischen Ionisation errechnet (Buchmann¹⁰).

Zunächst fällt auf, daß in dem Überdeckungsgebiet die Unterschiede zwischen wahren und praktischen Reichweiten erheblich kleiner sind, als man erwarten würde; das Verhältnis erreicht keinesfalls den Betrag des Lenardschen Umwegfaktors, der für Aluminium 1,6 bis 1,8 ist. Ferner ist zu bemerken, daß auch die wahren Reichweiten von der oberen Grenze der vorliegenden Messungen (47 keV) abwärts bis etwa 15 keV durch die ausgezogene Kurve mit einer Fehlerbreite von höchstens $\pm 10\%$ sich darstellen lassen. Bei einer Fortsetzung der Kurve bis zu mehreren Millionen Volt findet man, daß die von Bethe und Heitler¹¹ theoretisch berechneten wahren Reichweiten von 1 bis 20 MeV auf die Kurve fallen und bei 100 MeV nur wenig von ihr abweichen. Die Gültigkeit der durch Gl. (2) dargestellten Näherungskurve für die wahren Reichweiten umfaßt somit den großen Energiebereich von nahezu 4 Zehnerpotenzen.

In diesem Zusammenhang ist es von Interesse, die Lage der theoretischen Werte der wahren Reichweiten auch in dem Gebiet von 1 bis 300 keV näher zu verfolgen. Diese sind von Lea¹² nach den Formeln von Bethe¹³, Möller¹⁴ und Williams¹⁵ berechnet und tabuliert worden. Beim Eintragen in die Abb. 2 ergibt sich nun überraschenderweise eine Gerade, die bei 1 keV beginnt; erst oberhalb 300 keV bleiben die Werte unter der Geraden zurück, was leicht zu verstehen ist, da nach der Formel von Feather¹⁶ oberhalb 700 keV die Reichweite nur noch linear mit der Energie zunimmt. Wie aus Abb. 2 zu ersehen ist, stellt die gestrichelt gezeichnete Gerade von 5 bis 300 keV sowohl für die wahren als auch für

⁴ W. Gentner, Ann. Physik **10**, 223 [1931].

⁵ T. Alper, Z. Physik **76**, 172 [1932].

⁶ G. v. Droste, Z. Physik **84**, 17 [1933]. Nach der dort gegebenen Zusammenstellung weichen die Werte von I. Petrova, Z. Physik **55**, 628 [1929], nach unten um 25% ab; sie wurden daher in Abb. 2 der vorliegenden Arbeit nicht mit eingezeichnet.

⁷ I. M. Nuttall u. E. I. Williams, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A **130**, 310 [1931]. Verbesserte Wiederholung der früheren Messungen von Nuttall u. Williams und von Wilson, welche daher in Abb. 2 nicht berücksichtigt wurden.

⁸ E. I. Williams, Philos. Mag. J. Sci. **2**, 1109 [1926].

⁹ C. T. R. Wilson, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A **104**, 192 [1922].

¹⁰ E. Buchmann, Ann. Physik **87**, 509 [1928].

¹¹ H. Bethe u. W. Heitler, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A **146**, 83 [1934]; Zahlenangaben nach H. Bethe, Hdb. d. Physik, 2. Aufl., Bd. 24/1.

¹² D. E. Lea, Actions of Radiations on Living Cells, Cambridge 1946.

¹³ H. Bethe, Ann. Physik **5**, 325 [1930].

¹⁴ Chr. Möller, Ann. Physik **14**, 531 [1932].

¹⁵ E. I. Williams, Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A **130**, 310 [1931]; **135**, 108 [1932].

¹⁶ N. Feather, Proc. Cambridge philos. Soc. **34**, 599 [1938].

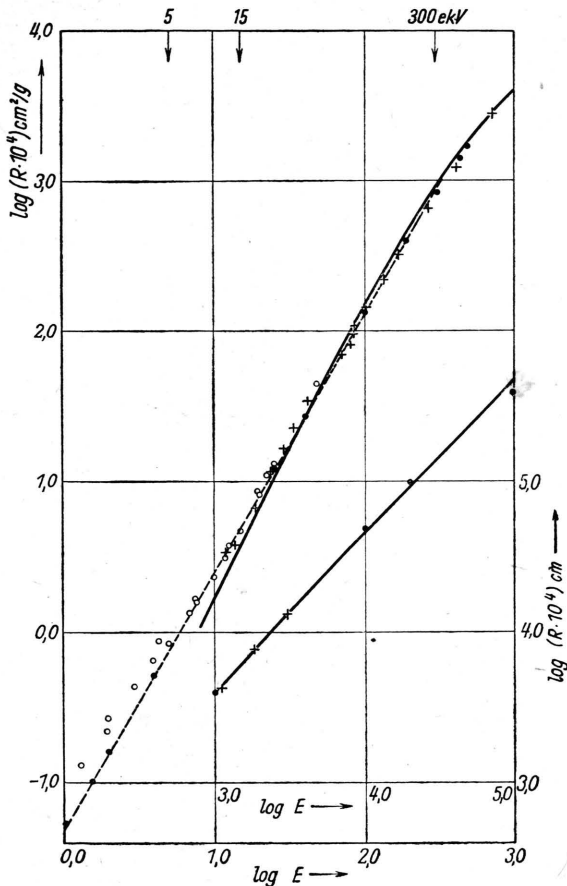


Abb. 2. Gemessene wahre (○) und praktische (+) Reichweite in Abhängigkeit von der Elektronenenergie; (●) theoretische Werte.

die praktischen Reichweiten eine noch bessere Näherung dar als die gestrichelt gezeichnete Kurve der Gl. (2). Mit einem mittleren Fehler von $\pm 6\%$, bezogen auf die Energie, gilt die Beziehung

$$\log R = 1,72 \log E - 5,31, \quad (3)$$

somit
$$R = 4,9 \cdot 10^{-6} E^{1,72}. \quad (4)$$

Demnach ist die quadratische Abhängigkeit der Reichweite von der Energie nunmehr zu ersetzen durch eine Proportionalität mit einer Potenz, deren Exponent kleiner als 2 ist. Hierfür lassen sich noch zwei weitere Beweise erbringen.

Sehr genaue Reichweitebestimmungen von Williams¹⁵ an 400 Bahnen in Sauerstoff (760 mm,

¹⁵ Nach Kossel in Landolt-Börnstein, Physik.-chem. Tabellen, 3. Erg. Bd. II, S. 1300 [1935].

0° C) unter Verwendung spektral zerlegter Röntgenstrahlen ergeben

$$\begin{array}{ll} R = 0,847 \text{ cm} & \text{für } E = 22,13 \text{ keV} \\ 0,644 \text{ cm} & 19,59 \text{ keV} \\ 0,117 \text{ cm} & 7,56 \text{ keV}. \end{array}$$

Bildet man die Differenzen, um von der Endkorrektur der Bahnen frei zu werden,

$$R_1 - R_2 = \text{const} (E_1^n - E_2^n), \quad (5)$$

so erhält man $n = 1,82$.

Die spezifische Ionisation, Zahl s der Ionenpaare eines Elektrons pro 1 cm Weglänge, ist für Luft von 1 mm Hg nach einer Zusammenstellung von Engel und Steenbeck¹⁷ in logarithmischem Raster in Abb. 3 wiedergegeben. Ihre Ab-

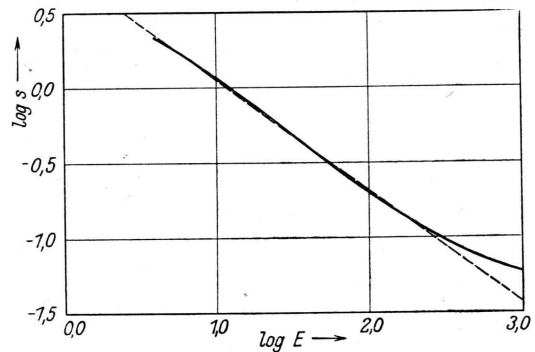


Abb. 3. Spezifische Ionisierung für Luft in Abhängigkeit von der Elektronenenergie nach einer Zusammenstellung von Engel und Steenbeck.

hängigkeit von der Energie läßt sich von 4 bis etwa 200 keV sehr gut durch eine gestrichelt eingezeichnete Gerade darstellen, deren Gleichung lautet

$$\log s = -0,74 \log E + 0,80, \quad (6)$$

somit

$$s = \frac{6,3}{E^{0,74}}. \quad (7)$$

Für die Differenz der zu den Energien E_1 und E_2 gehörenden Reichweiten R_1 und R_2 gilt allgemein, wenn ϵ die Ionisierungsarbeit ist,

$$R_1 - R_2 = - \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{\epsilon s}. \quad (8)$$

Hieraus folgt nach Gl. (7)

$$R_1 - R_2 = \text{const} (E_1^{1,74} - E_2^{1,74}). \quad (9)$$

Es ergibt sich wieder¹⁸ ein Exponent kleiner als 2.

Zur Klärung der Frage, warum die Unterschiede zwischen praktischer und wahrer Reichweite gemäß Abb. 2 so gering sind, liefert die schon erwähnte Arbeit von Williams wichtige Hinweise. Auf Wilson-Aufnahmen von 20 keV Photoelektronen in Sauerstoff wurden nicht nur die ganzen Bahnlängen, d. h. die wahren Reichweiten R_w , sondern auch die Längen der in der Anfangsrichtung zurückgelegten Entfernung R_f

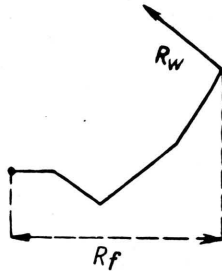


Abb. 4. Wahre Reichweite R_w und Länge der Bahn in der Anfangsrichtung R_f .

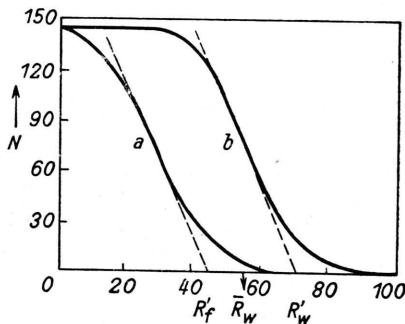


Abb. 5. „Summenkurven“ der gemessenen Reichweiten in Sauerstoff für Elektronen von 20 keV nach Williams; (a) für R_f , (b) für R_w .

gemessen (Abb. 4). Das Ergebnis enthält die Abb. 5. Als Ordinate ist aufgetragen die Zahl der Elektronen, deren Reichweite größer ist als der Abszissenwert. Die Kurve (a) bezieht sich auf R_f , die Kurve (b) auf R_w . Die Kurve (a) ist nach Williams analog zu der Absorptionskurve bei Bestimmung der praktischen Reichweite an Folien. Die Messung der aus der Folie austretenden Elek-

¹⁸ Die aus Abb. 3 abgeleiteten Reichweiten waren bei Herstellung der Abb. 2 noch nicht verwertet worden.

¹⁹ Mitunter wird als wahre Reichweite die „wahrscheinlichste“ Reichweite [Abszisse des Maximums der Verteilungskurve (b) in Abb. 6] angegeben, die wegen der geringen Asymmetrie der Verteilungskurve nahezu mit dem arithmetischen Mittelwert übereinstimmt.

tronenzahl ist ja gleichbedeutend mit der zahlenmäßigen Ermittlung der Elektronen, deren auf die Primärstrahlrichtung projizierte Bahnlängen einen gewissen Wert übersteigen. Der als Schnitt der Verlängerung des geradlinigen Kurvenstückes mit der Abszissenachse in Abb. 5 erhaltene Wert R'_f ist somit identisch mit der praktischen Reichweite bei Folienmessung.

Bei der wahren Reichweite wird nun üblicherweise nicht die entsprechende Größe R'_w der Kurve (b) der Abb. 5 angegeben¹⁹, sondern der arithmetische Mittelwert R_w , der auch in Abb. 5 eingetragen ist. Die Halbwertsbreite der aus Abb. 5 abgeleiteten Verteilungskurven (Häufigkeitskurven) der Reichweiten ist beträchtlich; sie beträgt etwa $\pm 25\%$ des häufigsten Wertes

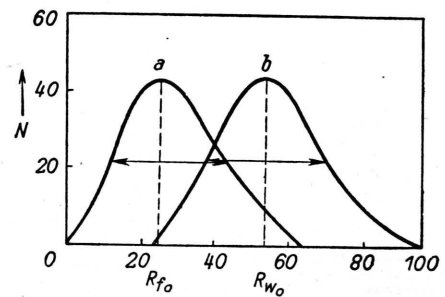


Abb. 6. Die aus Abb. 5 abgeleiteten Häufigkeitsverteilungen (a) für R_f , (b) für R_w .

(Abb. 6). Aus der Lage der Maxima der beiden Verteilungskurven (a) und (b) folgt, daß im Mittel die Länge der Bahn eines Elektrons mehr als doppelt so groß ist wie die von ihm in Richtung des einfallenden Strahles zurückgelegte Wegstrecke. Die definitionsgemäße praktische Reichweite R'_f verhält sich aber gemäß Abb. 5 zur wahren Reichweite R_w wie 1:1,25. Der Umstand, daß bei der Gegenüberstellung von wahrer und praktischer Reichweite ein Mittelwert mit einem oberen Grenzwert verglichen wird, hat im Verein mit der Existenz eines Reichweite-Spektrums auch bei streng homogener Strahlung zur Folge, daß die Verschiedenheit des Längenverhältnisses der Bahnen und ihrer Projektionen in einer bestimmten Richtung in dem Verhältnis von praktischer zu wahrer Reichweite nur stark abgeschwächt zum Ausdruck kommt²⁰. Es ist somit wohl zu ver-

²⁰ Es ist daher nicht zutreffend (Landolt-Börnstein¹⁷), das Verhältnis der Bahnlängen R_w und der Entfernung R_f in Abb. 4 unmittelbar dem Verhältnis der wahren Reichweite zur praktischen Reichweite gleichzusetzen.

stehen, daß in der logarithmischen Darstellung der Abb. 3 wahre und praktische Reichweiten sich ihrer absoluten Größe nach wenig unterscheiden und den gleichen Kurvenverlauf liefern.

Die Definitionen der maximalen Reichweite als Schnitt der Verlängerungen des geradlinigen Endstückes der Kurve und des γ -Hintergrundes (R_1 in Abb. 7) nach Baschwitz²¹ oder als Einmündung der gekrümmten Kurve in den linear verlaufenden Hintergrund (R_2 in Abb. 7) nach Feather¹⁶ unterscheiden sich grundsätzlich nicht

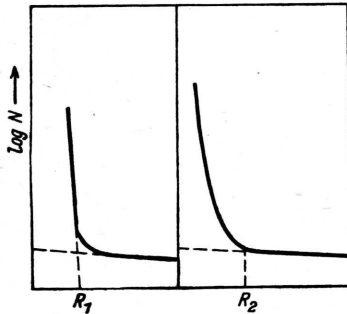


Abb. 7. Definitionen der maximalen Reichweiten nach Baschwitz (R_1) und Feather (R_2).

von der Definition der praktischen Reichweite, insofern, als auch hier ein oberer Grenzwert der „Summenkurve“ der Reichweiten (Abb. 5) bestimmt wird. Hinsichtlich der experimentellen Ermittlung können Unterschiede auftreten, da bei den Zählrohrmessungen der lineare Teil der Kurve kaum ausgeprägt ist²².

Von den 6 Eichpunkten der Formel von Flammersfeld für die praktischen Reichweiten fallen die vier oberen Punkte (3 bis 0,6 MeV) auf die ausgezogen gezeichnete Näherungskurve der wahren

ren und praktischen Reichweiten (Abb. 3). Für den Punkt bei 90 keV liegen zwei um 10% differierende Energieangaben^{23,24} vor, die um 9% bzw. 20% von der Kurve nach rechts abweichen. Unterhalb 90 keV gibt es nur eine Bestimmung der maximalen Reichweite, den kürzlich von Flammersfeld mitgeteilten Wert von 46 keV für $^{80}\text{Br}^*$, der um etwa 15% rechts von der Kurve zu liegen kommt. Zur sicheren Beurteilung des Betrages der Abweichungen in diesem Bereich sind weitere Messungen erforderlich. Die Übereinstimmung von wahrer, praktischer und maximaler Reichweite im Gebiet der hohen Energien ist darauf zurückzuführen, daß der Einfluß der Ablenkungen durch elastische Stöße mit zunehmender Elektronenenergie abnimmt.

Die Abweichung von der Geradlinigkeit der Elektronenbahn, in senkrechter Richtung zur Bahn gemessen, ist nach Wilson-Aufnahmen in Luft von 760 mm Hg bei schnellen Elektronen proportional zum mittleren Streuwinkel (Smith und Kruger²⁵); dieser ist für Elektronenenergien von 1 MeV aufwärts nach Williams²⁶, Sheppard und Fowler²⁷, Oleson, Chao und Crane²⁸ proportional $\sqrt{D/E}$, wenn D die Schichtdicke bedeutet. Da in diesem Gebiet die Reichweite linear mit der Energie ansteigt, folgt, daß die relative Abweichung von der Geradlinigkeit, d. h. die Abweichung, bezogen auf eine Strecke, welche bei den zu vergleichenden Energien der gleiche Bruchteil der Reichweite ist, mit $1/\sqrt{E}$ abnimmt.

²⁴ H. Bradt, P. C. Gugelot, O. Huber, H. Medicus, P. Preiswerk, P. Scherrer u. R. Steffen, *Helv. physica Acta* **19**, 218 [1946]; **18**, 351 [1945].

²⁵ L. W. Smith u. P. G. Kruger, *Physic. Rev.* **72**, 357 [1947].

²⁶ E. I. Williams, *Physic. Rev.* **58**, 292 [1940]; *Proc. Roy. Soc. [London] Ser. A* **169**, 531 [1939].

²⁷ C. W. Sheppard u. W. A. Fowler, *Physic. Rev.* **57**, 273 [1940].

²⁸ N. L. Oleson, K. T. Chao u. H. R. Crane, *Physic. Rev.* **60**, 378 [1941].

²¹ A. Baschwitz, *J. Physique Radium* **7**, 37 [1936]; **9**, 120 [1939].

²² Hinsichtlich des Einflusses der Versuchsanordnung auf die maximale Reichweite vgl. A. Baschwitz²¹, V. Feather¹⁶, E. Bleuler u. W. Zünti (*Helv. physica Acta* **19**, 137 [1946]).

²³ A. Flammersfeld, *Z. Naturforschg.* **1**, 3 [1946].